

# AUFRISCHUNGSKURS MATHEMATIK

– EIN VORKURS FÜR STUDIENANFÄNGER –

WS 2022/23

**Thema 1:** Grundrechenarten  
Brüche  
Potenzen  
Wurzeln

## Aufgabe 1: Bruchrechnung

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke.

$$(a) \quad \frac{\frac{b}{a} - \frac{a}{b}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

$$(b) \quad \frac{\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b}}{\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b}}$$

$$(c) \quad \frac{x^2 - y^2}{xy} - \frac{x^2}{xy + x^2} + \frac{y^2}{x^2 + xy}$$

$$(d) \quad \frac{n+1}{2 - \frac{1}{1 - \frac{1}{n^2+1}}}$$

$$(e) \quad \frac{\frac{1}{y^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{y^2} - \frac{1}{x^2}}$$

$$(f) \quad \frac{a^2 - 1}{a^2 + a} - a \frac{a+1}{a^3 - a} + \frac{1}{a} + \frac{(a+1)^2 - (a-1)^2 + 4}{4(a^2 - 1)}$$

$$(g) \quad \frac{1 + (a+x)^{-1}}{1 - (a+x)^{-1}} \left[ \frac{\sqrt{2}}{ax} - \frac{1 - (a^2 + x^2)}{\sqrt{2}a^2x^2} \right] \text{ für } x = \frac{1}{a-1}$$

## Aufgabe 2: Potenzgesetze

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke.

$$(a) \quad \left( \frac{a^2 - b^2}{x^2 - y^2} \right)^n \left( \frac{x+y}{a-b} \right)^n$$

$$(b) \quad \frac{b^x c^y (ab)^{2z+y} (cb)^{-x}}{(ac)^{y-x} [(abc^{-0,5})^z]^2}$$

$$(c) \quad \frac{(a+b)^{3n-4}}{a^{n-1}b} \cdot \frac{a^{4n-3}(a+b)^{3-2n}}{b^{2n-5}} \cdot \frac{a^{4-3n}b^{3n-6}}{(a+b)^{n-2}}$$

$$(d) \quad (a^{n+2} - a^n) : (a^3 + a^2)$$

$$(e) \quad \left( \frac{a^{-4}b^{-5}}{x^{-1}y^3} \right)^2 \cdot \left( \frac{a^{-2}x}{b^3y^2} \right)^3$$

**Aufgabe 3:** Umformungen mit Wurzelausdrücken

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke.

$$(a) \quad \sqrt[6]{a^3} \frac{\frac{1}{\sqrt{a}} - \sqrt{b}}{1 + \sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{a}\sqrt{8b}}{1 - ab}$$

$$(b) \quad \frac{\sqrt{a+bx} + \sqrt{a-bx}}{\sqrt{a+bx} - \sqrt{a-bx}} \quad \text{für } x = \frac{2am}{b(1+m^2)} \quad \text{mit } |m| < 1$$

$$(c) \quad \left( \sqrt{ab} - \frac{ab}{a + \sqrt{ab}} \right) : \frac{\sqrt[4]{ab} - \sqrt{b}}{a - b}$$

**Aufgabe 4:** Algebraische Umformungen

Lösen Sie die folgenden Gleichungen jeweils nach  $x$  auf.

$$(a) \quad (a + nx)(b - nx) - (a - mx)(b + mx) = x^2(m - n)(m + n) - 1$$

$$(b) \quad \frac{ax + b}{ab - b^2} - \frac{a - bx}{ab + b^2} = \frac{2(ax + b)}{a^2 - b^2}$$

$$(c) \quad \frac{x - 1}{n - 1} + \frac{2n^2(1 - x)}{n^4 - 1} = \frac{2x - 1}{1 - n^4} - \frac{1 - x}{1 + n}$$

$$(d) \quad a(\sqrt{x} - a) - b(\sqrt{x} - b) + a + b = \sqrt{x}$$

$$(e) \quad \frac{\frac{1}{x - \sqrt{1-4y^2}} + \frac{1}{x + \sqrt{1-4y^2}}}{\frac{1}{x - \sqrt{1-4y^2}} - \frac{1}{x + \sqrt{1-4y^2}}} = \sqrt{1 + \frac{y^2}{1 + 2y}} \sqrt{1 + \frac{y^2}{1 - 2y}}$$