

AUFRISCHUNGSKURS MATHEMATIK

– EIN VORKURS FÜR STUDIENANFÄNGER –

WS 2022/23

Thema 11: Integralrechnung

Aufgabe 1: Stammfunktionen

Bestimmen Sie jeweils die Stammfunktion $F(x)$ der folgenden Funktionen.

(a) $f(x) = \sin(2x + 5)$

(b) $f(x) = \frac{k}{kx + 1}$

(c) $f(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

(d) $f(x) = \frac{a \cos(x) + b \sin(x)}{c \sin(x)}$

(e) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

(f) $f(x) = \frac{kx}{\sqrt{x^2 + y^2}^3}$

Hinweis: Partialbruchzerlegung in (e).

Aufgabe 2: Partielle Integration

Bestimmen Sie die folgenden Integrale unter Verwendung partieller Integration.

(a) $\int_0^{\pi} x \sin(x) \, dx$

(b) $\int_0^1 x^3 e^x \, dx$

(c) $\int_{r_0}^{2r_0} r \left(1 + \ln \frac{r}{r_0} \right) \, dr$

(d) $\int \frac{\ln(x)}{x} \, dx$

Aufgabe 3: Substitutionen

Berechnen Sie die folgenden Integrale jeweils unter Verwendung der angegebenen Substitution.

(a) $\int_0^1 \sqrt{1 - x^2} \, dx,$

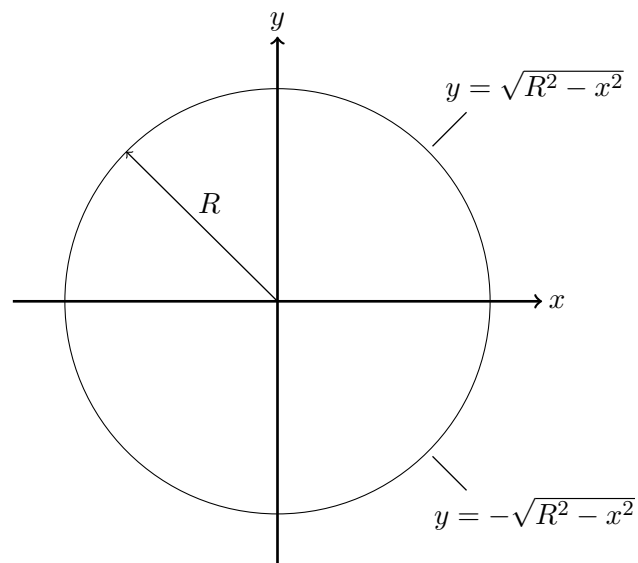
mit $x = \sin \phi$

(b) $\int_0^1 \frac{dx}{(1 + x^2)\sqrt{\arctan(x)}},$

mit $u = \arctan(x)$

Aufgabe 4: *Flächenintegral*

Leiten Sie die Formel für den Flächeninhalt eines Kreises vom Radius R her.



Aufgabe 5: *Volumenintegral*

Berechnen Sie das Volumen des in der Abbildung gezeigten Körpers.

