

AUFFRISCHUNGSKURS MATHEMATIK

– EIN VORKURS FÜR STUDIENANFÄNGER –

WS 2022/23

Thema 2: Lineare Gleichungssysteme

Aufgabe 1: Zwei lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten

Lösen Sie die folgenden Gleichungen jeweils für x und y .

$$(a) \quad 33x + 12y = 25, \quad 11x - 3y = 6$$

$$(b) \quad \frac{2x + 3y}{3x - y} = \frac{17}{9}, \quad \frac{3x + 4y}{6x - 1} = 2$$

$$(c) \quad \frac{x + 2}{y + 3} = \frac{1}{3}, \quad \frac{y + 3}{2y - 5x} = \frac{3}{5}$$

$$(d) \quad ax + by = 2a, \quad \frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{a}$$

$$(e) \quad x + 14y = \frac{1}{\sqrt{2}} - 7\sqrt{2}, \quad 3\sqrt{2}x - \frac{y}{\sqrt{3}} = 3 + \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$(f) \quad \frac{x}{a + b} + \frac{y}{a - b} = a + b, \quad \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 2b$$

$$(g) \quad 39x - 38y = 1, \quad 91x - 57y = 4$$

Aufgabe 2: Drei Gleichungen mit drei Unbekannten

Lösen Sie die folgenden Gleichungen jeweils für x , y und z .

$$(a) \quad \begin{aligned} x - y + 5z &= 5, \\ 3x + 7y - 5z &= 5, \\ x + y - z &= 1 \end{aligned} \quad (b) \quad \begin{aligned} 3x - 4y + 3z &= 4, \\ -x + y - z &= -2, \\ 7x + 4y - 5z &= 0 \end{aligned}$$

$$(c) \quad \begin{aligned} x + y &= b + a, \\ x + z &= a + c, \\ y + z &= c + b \end{aligned} \quad (d) \quad \begin{aligned} 6x - 4y + 8z &= 0, \\ -2x + y - z &= 0, \\ 12x - 7y + 11z &= 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 3: *Parametrisierung von Lösungsmengen*

Geben Sie die Lösungsmenge der Gleichung $13x - 7y = 1$ an für

(a) $x, y \in \mathbb{R};$

(b) $x, y \in \mathbb{N}.$

Aufgabe 4: *Gleichungssysteme*

Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme jeweils für x und y .

(a)
$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 2(xy + 2), \\x + y &= 6\end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned}\frac{12}{\sqrt{x-1}} + \frac{5}{\sqrt{y+\frac{1}{4}}} &= 5, \\ \frac{8}{\sqrt{x-1}} + \frac{10}{\sqrt{y+\frac{1}{4}}} &= 6\end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned}\frac{x^2 - y^2}{2x + 3} + y^2 &= (x + y)x - xy, \\y - 2x &= 3\end{aligned}$$

Aufgabe 5: *Ungleichungssysteme*

- (a) Es ist die Lösungsmenge des folgenden Systems an Ungleichungen zu skizzieren. Welche der Ungleichungen können weggelassen werden, ohne dass sich die Lösungsmenge ändert?

$$\begin{aligned}2x - 3y &\geq -6, \\x - 2y &< 11, \\x &> -y - 1, \\x &< 5, \\x &\geq 0, \\y &\geq 0\end{aligned}$$

- (b) * Welches Gebiet im ersten Oktanten ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$) wird durch die folgenden Ungleichungen definiert?

$$\begin{aligned}x + y &\geq z, \\x + z &\geq y, \\y + z &\geq x\end{aligned}$$