

# AUFFRISCHUNGSKURS MATHEMATIK

– EIN VORKURS FÜR STUDIENANFÄNGER –

WS 2022/23

**Thema 6:** Trigonometrische Funktionen  
Ebene Trigonometrie

## Aufgabe 1: Additionstheoreme

- (a) Leiten Sie das Additionstheorem für Kosinusfunktionen aus dem für Sinusfunktionen her.  
(b) Leiten Sie das Additionstheorem für Tangensfunktionen her,

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan(x) \pm \tan(y)}{1 \mp \tan(x) \tan(y)}.$$

- (c) Zeigen Sie, dass für Doppelwinkelfunktionen gilt:

- $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$ ,
- $\cos(2x) = 2 \cos^2(x) - 1$ .

## Aufgabe 2: Trigonometrische Umformungen I

Zeigen Sie die Richtigkeit der folgenden Identitäten.

(a)  $\frac{\cos(\alpha) + \sin(\alpha)}{\cos(\alpha) - \sin(\alpha)} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$

(b)  $\frac{1 + \sin(2\alpha)}{\cos(2\alpha)} = \frac{1 + \tan(\alpha)}{1 - \tan(\alpha)} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$

(c)  $2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) = \cos(x) + \cos(y)$

(d)  $\cot(\alpha) \cot(\beta) + \cot(\alpha) \cot(\gamma) + \cot(\beta) \cot(\gamma) = 1$  für  $\alpha + \beta + \gamma = \pi$

## Aufgabe 3: Trigonometrische Umformungen II

Formen Sie die folgenden Ausdrücke so um, dass sie sich einfach logarithmieren lassen.

(a)  $1 + \cos(\alpha) + \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ , *Hinweis:* Es ist  $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ .

(b)  $\frac{2 \sin(\beta) - \sin(2\beta)}{2 \sin(\beta) + 2 \sin(2\beta)}$

(c)  $\sin(\alpha) + \sin(\beta) + \sin(\gamma)$ , für  $\alpha + \beta + \gamma = \pi$

**Aufgabe 4:** *Goniometrische Gleichungen und Gleichungssysteme*

Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichungen und machen Sie jeweils die Probe.

(a)  $\sin(x) + \cos(x) = 1$

(b)  $\cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) = \frac{1}{2}, \quad \cos(x) \cos(y) = \frac{1}{4}$

(c)  $\sin(3x) = \cos(2x)$

(d)  $a(3\cos^2(x) + \sin(x)\cos(x)) - b(3\sin^2(x) - \sin(x)\cos(x)) = 2a - b$

*Hinweis:* Formen Sie die Gleichungen so um, dass nach Möglichkeit nur noch eine Funktionsart auftritt.

**Aufgabe 5:** *Dreiecksfläche*

Berechnen Sie die Fläche eines Dreiecks, wenn die Seiten  $a$  und  $b$  sowie die Länge  $w$  der Winkelhalbierenden des Winkels zwischen diesen Seiten gegeben sind.

**Aufgabe 6:** *Sehnen im Kreis*

Durch einen Punkt auf einem Kreis vom Radius  $r$  seien zwei Sehnen der Längen  $a$  und  $b$  gelegt. Wenn man die Schnittpunkte der Sehnen mit der Peripherie untereinander geradlinig verbindet, erhält man ein Dreieck. Bestimmen Sie dessen Flächeninhalt  $A$ .