

# AUFFRISCHUNGSKURS MATHEMATIK

## – LÖSUNGEN ZUR SELBSTKONTROLLE –

WS 2022/23

### Thema 5

#### Aufgabe 1: Logarithmische und Exponentialgleichungen

(a)  $x = \frac{\ln(a)}{b - \ln(2)}$  für  $b \neq \ln(2)$  und  $a > 0$ ;

falls  $b = \ln(2)$ :  $a \neq 1$ : keine Lsg.  
 $a = 1$ :  $x \in \mathbb{R}$

(b)  $x = \frac{5}{\sqrt{2}}$

(c)  $x = \ln(2)$ , wobei  $b \neq 0$  und  $b \neq 1$

(d)  $x_1 = 5, x_2 = -3$  für  $a \neq 1$  und  $a > 0$ ;  
 $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$  für  $a = 1$

(e)  $(x, y) = (ab^2, \frac{a}{b^2})$  für  $a > 0$ ;  
 $(x, y) = (-ab^2, -\frac{a}{b^2})$  für  $a < 0$   
in beiden Fällen  $a, b \neq 1$  und  $b \neq 0$

(f)  $x_1 = a^{\frac{4}{3}}, x_2 = a$ , wobei  $a > 0$

#### Aufgabe 2: Verdopplungszeit

(a)  $\tau_2 = \frac{\ln(2)}{c}$

(b)  $\tau_n = \frac{\ln(n)}{c}$

(c)  $\tau_n = \log_2(n) \cdot \tau_2$ ,

$$\tau_3 \approx 1,58 \cdot \tau,$$

$$\tau_4 = 2 \cdot \tau_2,$$

$$\tau_{2^m} = m \cdot \tau_2$$

#### Aufgabe 3: Hyperbelfunktionen

(a)  $f(2x) = f(x)^2 - 2$ ,  
 $g(2x) = f(x)g(x)$

(b)  $f(x+y) = \frac{1}{2}(f(x)f(y) + g(x)g(y))$ ,  
 $g(x+y) = \frac{1}{2}(f(x)g(y) + g(x)f(y))$

Für den Vergleich mit (a):  $y = x$ , und verwende  $f(x)^2 - g(x)^2 = 4$ .

(c)  $f(x) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ ,

$$g(x) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

(d)  $f^{-1}(x) = \ln \left( \frac{x}{2} + \sqrt{\frac{x^2}{4} + 1} \right)$