

# AUFFRISCHUNGSKURS MATHEMATIK

## – LÖSUNGEN ZUR SELBSTKONTROLLE –

WS 2022/23

### Thema 9

#### Aufgabe 1: *Arithmetische Reihe*

$$L_n = \pi r + \pi e(n-1), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\Rightarrow S_n = n\pi r + \pi e \sum_{k=1}^n (k-1) = \pi n \left( r + e \frac{n-1}{2} \right)$$

#### Aufgabe 2: *Geometrische Folge*

$$L_n = \left( \frac{11}{12} \right)^n L_0 \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} L_0 \quad \Rightarrow \quad n = \frac{\ln(1/2)}{\ln(11/12)} \approx 7,97$$

Der Lichtstrahl muss 8 Platten durchdringen.

#### Aufgabe 3: *Geometrische Reihe*

$$\mathcal{I}_{\text{out}} = \frac{T}{2-T} \mathcal{I}_{\text{in}}$$

#### Aufgabe 4: *Der binomische Satz*

(a)  $2a^6 + 30a^4 + 30a^2 + 2$

(b)  $2^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$  und  $0 = \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k}$  für  $n \geq 1$

(c)  $f(nx) + g(nx) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f(x)^k g(x)^{n-k}$

#### Aufgabe 5: *Erzeugende Funktion*

1.  $f(x) = \frac{x}{(1-x)(1-2x)}$

2.  $a_n = 2^n - 1$

#### Aufgabe 6\*: *Zustandssumme*

$$\Omega_N = \left( \frac{e - e^{-N}}{e - 1} \right)^k, \quad \Omega = \left( \frac{1}{1 - 1/e} \right)^k$$

**Aufgabe 7\*:** *Fibonacci-Zahlen III*

$$f(x) = \frac{x}{1-x-x^2}, \quad a_n = \frac{x_+^n - x_-^n}{\sqrt{5}},$$

wobei  $x_{\pm} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ ;

vergleiche mit Aufgabe 2 (f) von Thema 7 und Aufgabe 6 von Thema 8