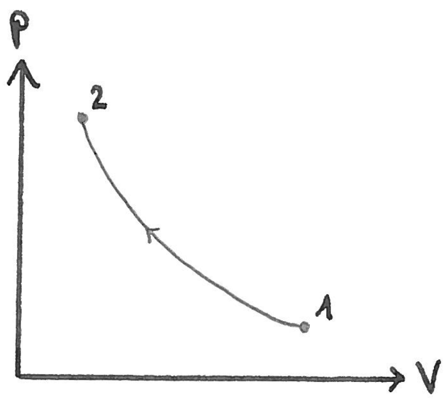
Beispiel: isentrope Kompression (→ Diesel-Prozess)



Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik besagt:

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T} \,,$$

exakt gilt:

$$T\,dS = \delta Q + \delta W_{diss} \,,$$

wobei $\delta W_{diss} > 0$ innere dissipative Arbeit bezeichnet. Im reversiblen Fall ist $\delta W_{diss} = 0$, sodass $T\,dS = \delta Q$ und der isentrope Prozess gleichzeitig ein adiabatischer ist.

Damit gilt:

$$dU = \delta Q - \delta W = -\delta W. \qquad (*)$$

Es kann dU durch verschiedene Variablen-Paare ausgedrückt werden:

$$dU(T,V) = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

$$= n\,C_V\,dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV \qquad (1)$$

$$dU(S,V) = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V dS + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S dV = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S dV \qquad (2)$$

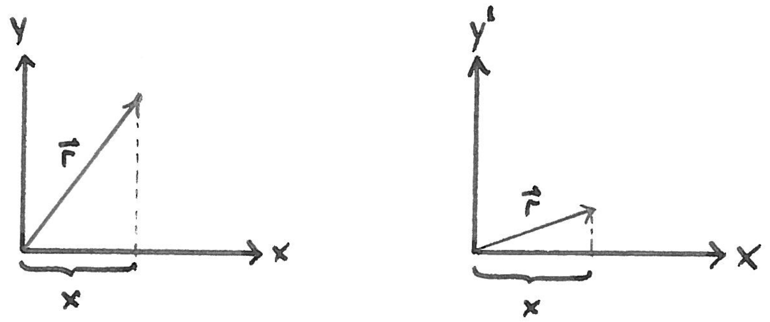
$$dU(S,T) = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_T dS + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_S dT = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_S dT \qquad (3)$$

Folgt aus (1) & (2) mittels Koeffizientenvergleich $dT = 0$?
→ Nein! Ein Vergleich aller Koeffizienten darf nur innerhalb des selben Basissystems durchgeführt werden.

Aber: Die Koeffizienten derselben Differentiale dürfen miteinander identifiziert werden.

<u>Anschauung:</u> Vergleich mit Vektoren

zwei Basissysteme (x,y) und (x,y') mit $\vec{e}_{y'} = 4\vec{e}_y$,
Vektor
$$\vec{r} = 5\vec{e}_x + 12\vec{e}_y = 5\vec{e}_x + 3\vec{e}_{y'}$$



Natürlich können die Koeffizienten vor $\vec{e}_x$ miteinander verglichen werden, wenn es als Basisvektor beibehalten wird.

Es folgt aus (1) & (3):
$$dU(S,T) = n\,C_V\,dT$$
$$\overset{(*)}{\Longrightarrow} \quad W = \int_1^2 \delta W = -n\,C_V \int_1^2 dT = \underline{\underline{-n\,C_V\,(T_2 - T_1)}}$$

<u>Bem:</u> Tatsächlich führt $U = \frac{3}{2}NkT$ auf dasselbe Ergebnis, da $C_V = \frac{3}{2}Nk$.